ＸＸＸ 粒子の波動性

【波動性】

［光］

$$E = h\nu \qquad (30\cdot1)$$

$$E = mc^2 \qquad (30\cdot2)$$

$$p = \frac{h}{\lambda} \qquad (p：運動量) \qquad (30\cdot3)$$

［粒子の波動性］

$$p = \frac{h}{\lambda} \qquad (\mathrm{de\ Broglie}) \qquad (30\cdot4)$$

［問３０・１］質量 m，速度 v を持つ粒子のエネルギー E は 運動エネルギーのみによって与えられ，$mv^2/2$ であるとする。　また，運動量 p は mv で与えられる。
　１００ ｅＶ の運動エネルギーを持つ電子の波長 λ を求めよ。

［問３０・２］陽子（質量：1.6726231×10^{-27} ｋｇ）を加速器で光速の ９９ ％ まで加速した。　この状態での陽子の波長 λ を求めよ。

［粒子のエネルギーと波長］

$$T = \frac{p^2}{2m} \qquad (T：運動エネルギー) \qquad (30\cdot5)$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad (30\cdot6)$$

$$= \frac{h}{[2m(E-V)]^{1/2}} \qquad (30\cdot7)$$

（Ｅ：全エネルギー）
（Ｖ：ポテンシャルエネルギー）

【波】

［一次元の波］

$$\phi = A \sin 2\pi\nu\left(\frac{x}{u} - t\right) \qquad (30\cdot8)$$

$$\bar{\phi} = A \sin 2\pi\nu\left(\frac{x}{u} + t\right) \qquad (30\cdot9)$$

$$u = \lambda\nu \qquad (30\cdot10)$$

［問３０・３］縦軸に ϕ，横軸に x を，また，縦軸に $\bar{\phi}$ ，横軸に x をとって，ある時間 t での一次元での波を描いて波の変化を見よ。　ただし，$A=1$， $\nu=5$， $\lambda=2$ である。
　ただし，時間 t は，０ から ０．１ まで，０．０２ 刻みとする。

［定常波］

$$\underset{\sim\sim\sim}{\bar{\bar{\phi}} = \phi + \bar{\phi}} \qquad (30\cdot11)$$

$$= 2A\sin\left(2\pi\nu\frac{x}{u}\right)\cos(2\pi\nu t) \qquad (30\cdot12)$$

［問３０・４］縦軸に $\bar{\bar{\phi}}$ を，横軸に x をとって，以下に示す時間 t での $\bar{\bar{\phi}}$ の変化を描け。 ただし，$A=1$，$\nu=5$，$\lambda=2$ である。 （ａ） $t = 0$　　（ｂ） $t = 0.02$　　（ｃ） $t = 0.04$ （ｄ） $t = 0.06$　　（ｅ） $t = 0.08$　　（ｆ） $t = 0.10$

【波動方程式】

［一次元の波動方程式］

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} - \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = 0 \qquad (30\cdot13)$$

［変数分離］

$$\phi \equiv \Phi(x)\sin\left(2\pi\frac{u}{\lambda}t\right) \qquad (\Phi(x)：\text{時間に無関係}) \qquad (30\cdot14)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x^2}\Phi(x) + \frac{4\pi^2}{\lambda^2}\Phi(x) = 0 \qquad (30\cdot15)$$

［Ｓｃｈｒöｄｉｎｇｅｒの方程式(一次元)］

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x^2}\Phi(x) + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(E-V)\Phi(x) = 0 \qquad (30\cdot16)$$

$\Phi(x)$ ： 時間に無関係な関数

［問３０・５］ポテンシャルのない（$V=0$）一次元空間での粒子の波動方程式の一般解が $\Phi(x) = A\sin(kx) + B\cos(kx)$ 　（ただし，$k^2 = \frac{8\pi^2 mE}{h^2}$） であることを確かめよ。